

## 9 त्रिकोणमिति के कुछ अनुप्रयोग

**उदाहरण-1** धरती पर एक मीनार उर्ध्वाधर खड़ी है। धरती के एक बिन्दु से जो मीनार के पाद बिन्दु से  $15\text{m}$  दूर है, मीनार के शिखर का उन्नयन कोण  $60^\circ$  है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

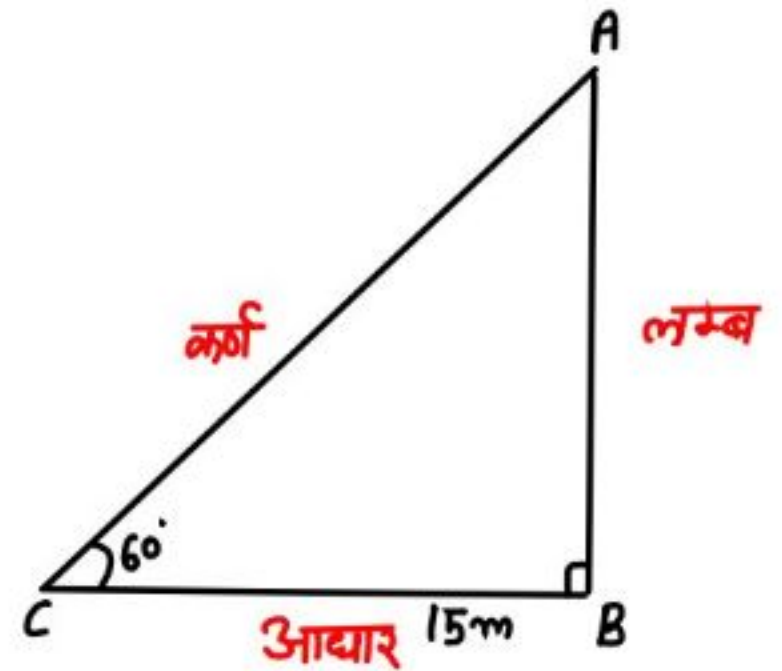
हल:-

$$\tan C = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{AB}{15}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{AB}{15}$$

$$\Rightarrow \boxed{AB = 15\sqrt{3}}$$



**उदाहरण-2** एक बिजली मिस्त्री को एक  $5\text{m}$  खम्भे पर आ गई खराबी की मरम्मत करनी है। मरम्मत का काम करने के लिए उसे खम्भे के शिखर से  $1.3\text{m}$  नीचे एक बिन्दु तक वह पहुँचना चाहती है। यहाँ तक पहुँचने के लिए प्रयुक्त सीढ़ी की लम्बाई कितनी होनी चाहिए जिससे कि क्षैतिज से  $60^\circ$  के कोण से झुकाने पर वह पर अपेक्षित स्थिति तक पहुँच जाए? और यह भी बताइए कि खम्भे का पाद-बिन्दु सीढ़ी के पाद-बिन्दु से कितनी दूरी पर होना चाहिए?  $[\sqrt{3} = 1.732]$

हल:-

$$AC = AB + BC$$

$$\Rightarrow 5 = 1.3 + BC$$

$$\Rightarrow BC = 5 - 1.3$$

$$\Rightarrow \boxed{BC = 3.7\text{m}}$$

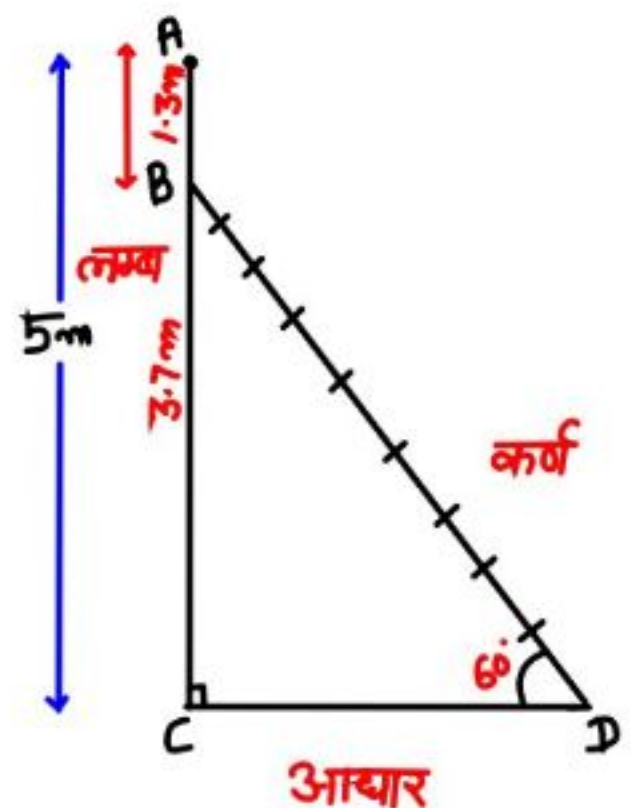
$$\sin D = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}}$$

$$\Rightarrow \sin 60^\circ = \frac{3.7}{BD}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3.7}{BD}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} (BD) = 2 \times 3.7$$

$$\Rightarrow BD = \frac{7.4}{\sqrt{3}}$$



$$\Rightarrow \boxed{BD = 4.28\text{m}}$$

$$\tan D = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{3.7}{CD}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{3.7}{CD}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}(CD) = 3.7$$

$$\Rightarrow CD = \frac{3.7}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow CD = \frac{3.7}{1.73}$$

$$\Rightarrow \boxed{CD = 2.14\text{m}}$$

**उदाहरण-3** 1.5m लम्बा एक प्रेक्षक एक चिमनी से 28.5m की दूरी पर है। उसकी आँखों से चिमनी के शिखर का उन्नयन कोण 45° है। चिमनी की ऊँचाई बताइए।

हल:-

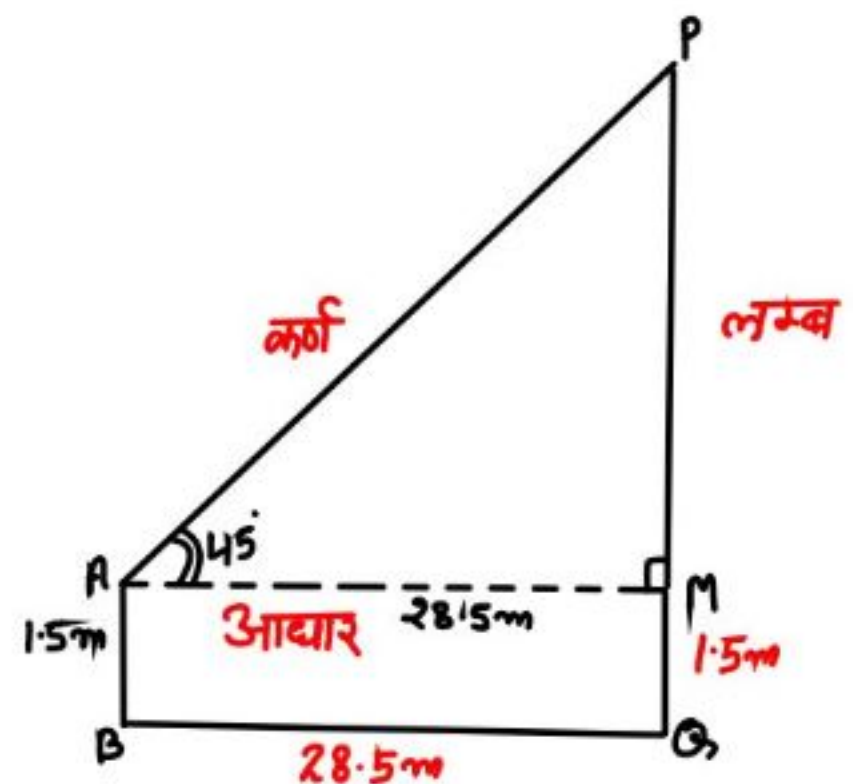
$$\Rightarrow \tan A = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\Rightarrow \tan 45^\circ = \frac{PM}{28.5}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{PM}{28.5}$$

$$\Rightarrow \boxed{PM = 28.5\text{m}}$$

$$\begin{aligned} \text{चिमनी की ऊँचाई} &= PQ \\ &= PM + MQ \\ &= 28.5 + 1.5 \\ &= \boxed{30\text{m}} \end{aligned}$$



**उदाहरण-4** भूमि के एक बिन्दु P से एक 10m ऊँचे भवन के शिखर का उन्नयन कोण 30° है। भवन के शिखर पर एक ध्वज को लहराया गया है और P से ध्वज के शिखर का उन्नयन कोण 45° है। ध्वजदण्ड की लम्बाई और बिन्दु P से भवन की दूरी ज्ञात कीजिए।  $[\sqrt{3} = 1.732]$



हल :-

$\Delta PQM$  में  $\rightarrow$

$$\Rightarrow \tan P = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{10}{PQ}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{10}{PQ}$$

$$PQ = 10\sqrt{3} \text{ m}$$

$$PQ = 10 \times 1.732$$

$$PQ = 17.32 \text{ m}$$

$\Delta PQR$  में  $\rightarrow$

$$\tan P = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\Rightarrow \tan 45^\circ = \frac{RQ}{PQ}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{RQ}{10\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow RQ = 10\sqrt{3} \text{ m}$$

$$\Rightarrow RQ = 10 \times 1.732$$

$$\Rightarrow RQ = 17.32 \text{ m}$$

$$\Rightarrow RQ = RM + MQ$$

$$\Rightarrow 10\sqrt{3} = RM + 10$$

$$\Rightarrow 10\sqrt{3} - 10 = RM$$

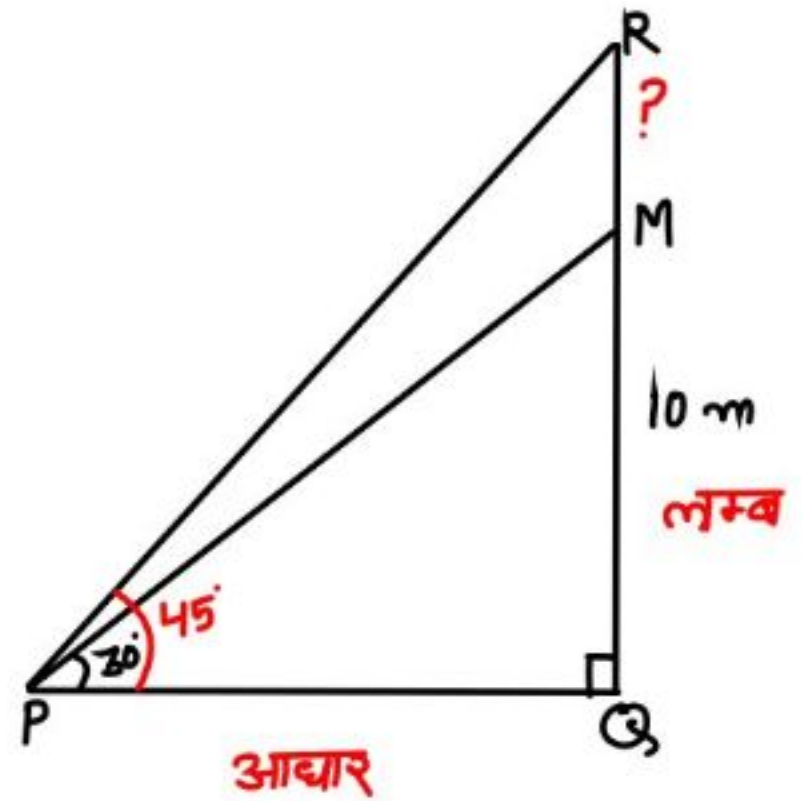
$$\Rightarrow 10(\sqrt{3} - 1) = RM$$

$$\Rightarrow RM = 10(\sqrt{3} - 1)$$

$$\Rightarrow RM = 10(1.732 - 1)$$

$$\Rightarrow RM = 10(0.732)$$

$$\Rightarrow RM = 7.32 \text{ m}$$



**उदाहरण-5** एक समतल जमीन पर खड़ी मीनार की छाया उस स्थिति में  $40\text{m}$  अधिक लम्बी हो जाती है जबकि सूर्य का उन्नयन  $60^\circ$  से घटकर  $30^\circ$  हो जाता है अर्थात् छाया के एक सिरे से मीनार के शिखर का उन्नयन कोण  $60^\circ$  है और  $DB$  छाया की लम्बाई है जबकि उन्नयन कोण  $30^\circ$  है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल :-

$\triangle ABC$  में,

$$\tan C = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{AB}{x}$$

$$\Rightarrow \boxed{AB = x\sqrt{3} \text{ m}}$$

$\triangle ABD$  में,

$$\tan D = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{AB}{DB}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}x}{40+x}$$

$$\Rightarrow 40+x = 3x$$

$$\Rightarrow 40 = 3x - x$$

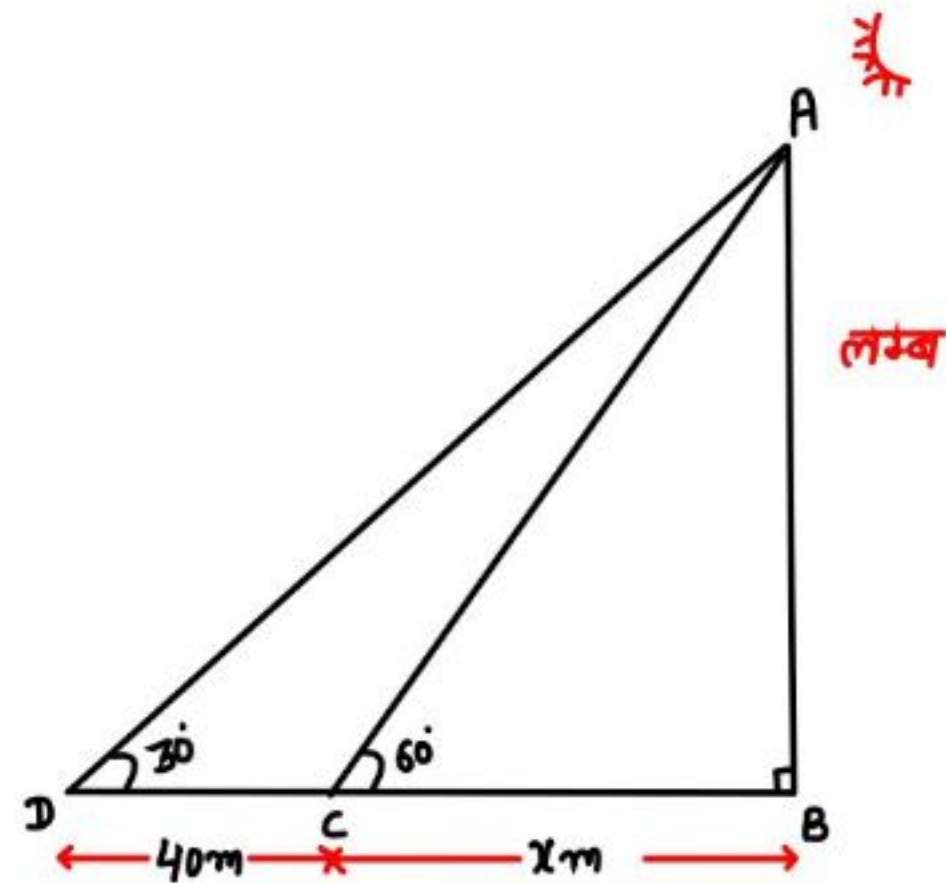
$$\Rightarrow 40 = 2x$$

$$\Rightarrow x = \frac{40}{2}$$

$$\boxed{x = 20\text{m}}$$

$$\Rightarrow AB = x\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \boxed{AB = 20\sqrt{3} \text{ m}}$$



**उदाहरण-6** एक बहुमंजिल भवन के शिखर से देखने पर  $8\text{m}$  ऊँचे भवन के शिखर और तल के अवनमन कोण क्रमशः  $30^\circ$  और  $45^\circ$  हैं। बहु मंजिल भवन की ऊँचाई और दो भवनों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

हल :-

$\Delta AMP$  में,

$$\tan \theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{AP}{MP}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{y}$$

$$\Rightarrow \boxed{y = \sqrt{3} x \text{ m}} \quad \text{--- (1)}$$

$\Delta ABQ$  में,

$$\tan \theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\Rightarrow \tan 45^\circ = \frac{AB}{BQ}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{x+8}{y}$$

$$\Rightarrow y = x + 8$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} x = x + 8 \quad (\text{समीकरण (1) से})$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} x - x = 8$$

$$\Rightarrow (\sqrt{3} - 1)x = 8$$

$$\Rightarrow x = \frac{8}{\sqrt{3} - 1}$$

$$\Rightarrow x = \frac{8}{\sqrt{3} - 1} \times \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1}$$

$$\Rightarrow x = \frac{8(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3})^2 - (1)^2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{8(\sqrt{3} + 1)}{3 - 1}$$

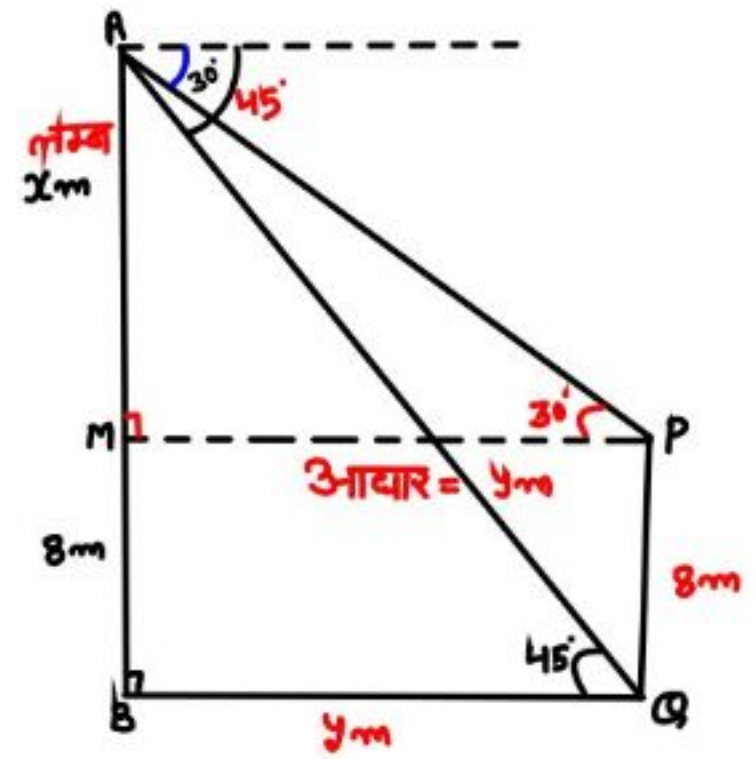
$$\Rightarrow x = \frac{8(\sqrt{3} + 1)}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 4(\sqrt{3} + 1) \text{ m}}$$

समीकरण (1) से  $\rightarrow$

$$\Rightarrow y = \sqrt{3} 4(\sqrt{3} + 1)$$

$$\Rightarrow \boxed{y = 4(3 + \sqrt{3}) \text{ m.}}$$





$$\begin{aligned}
 \Rightarrow AB &= x + 8 \\
 &= 4(\sqrt{3} + 1) + 8 \\
 &= 4\sqrt{3} + 4 + 8 \\
 &= 4\sqrt{3} + 12
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{AB = 4(\sqrt{3} + 3) \text{ m}}$$

**उदाहरण-7** एक नदी के पुल के एक बिन्दु से नदी के सम्मुख किनारों के अवनमन कोण क्रमशः  $30^\circ$  और  $45^\circ$  हैं। यदि पुल के किनारों से  $3\text{m}$  की ऊँचाई पर हो तो नदी की चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

हल :-

$\triangle ABD$  में,

$$\tan B = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\Rightarrow \tan 45^\circ = \frac{3}{BD}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{3}{BD}$$

$$\Rightarrow \boxed{BD = 3\text{m}}$$

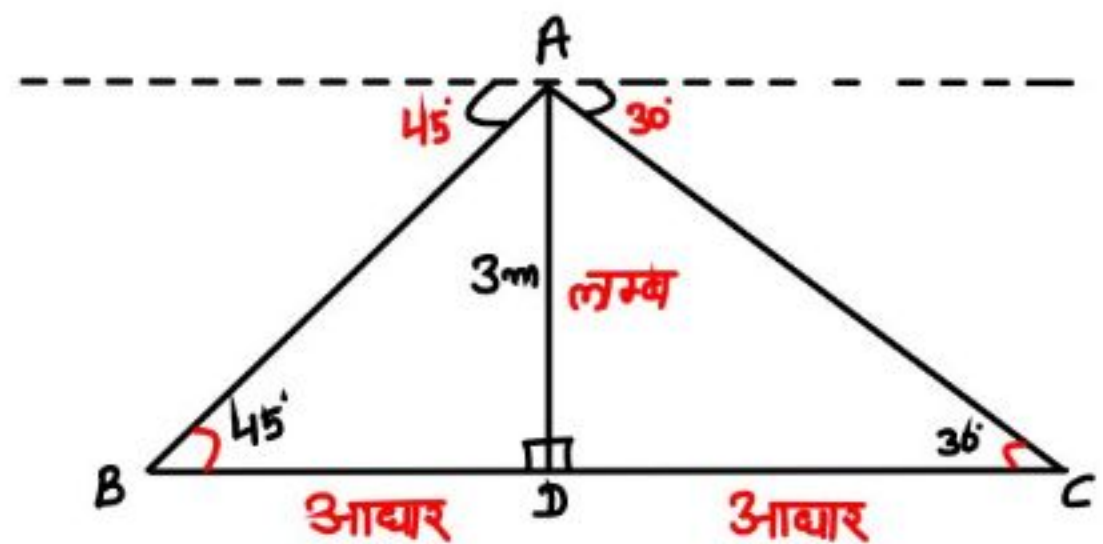
$\triangle ADC$  में,

$$\tan C = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{3}{DC}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{3}{DC}$$

$$\Rightarrow \boxed{DC = 3\sqrt{3} \text{ m}}$$



$$\begin{aligned}
 \text{नदी की चौड़ाई} &= BD + DC \\
 &= 3 + 3\sqrt{3} \\
 &= \boxed{3(1 + \sqrt{3}) \text{ m}}
 \end{aligned}$$

## प्रश्नावली-9

**प्रश्न-1** सर्कस का एक कलाकार एक 20m लम्बी डोर पर चढ़ रहा है जो अच्छी तरह से तनी हुई है और भूमि पर सीधे लगे खम्भे के शिखर से बंधा हुआ है। यदि भूमि स्तर के साथ डोर द्वारा बनाया गया कोण  $30^\circ$  का हो तो खम्भे की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल:-

$\triangle ABC$  में,

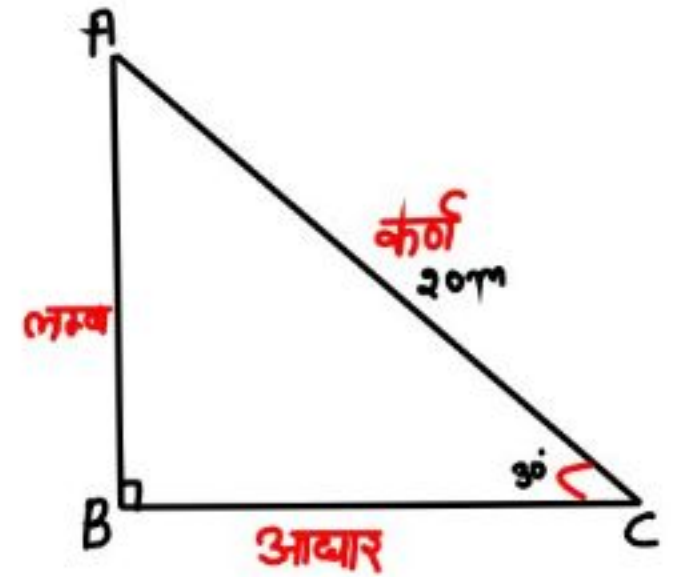
$$\sin C = \frac{\text{लम्बा}}{\text{कर्ण}}$$

$$\Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{AB}{20}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AB}{20}$$

$$\Rightarrow \frac{20}{2} = AB$$

$$\Rightarrow \boxed{AB = 10m}$$



**प्रश्न-2** आँधी आने से एक पेड़ टूट जाता है और टूटा हुआ भाग इस तरह मुड़ जाता है कि पेड़ का शिखर जमीन को छूने लगता है और इसके साथ  $30^\circ$  का कोण बनाता है। पेड़ के पाद-बिन्दु की दूरी, जहाँ पेड़ का शिखर जमीन को छूता है, 8m है। पेड़ की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल:-

$\triangle ABC$  में,

$$\cos C = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}}$$

$$\Rightarrow \cos 30^\circ = \frac{8}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8}{AC}$$

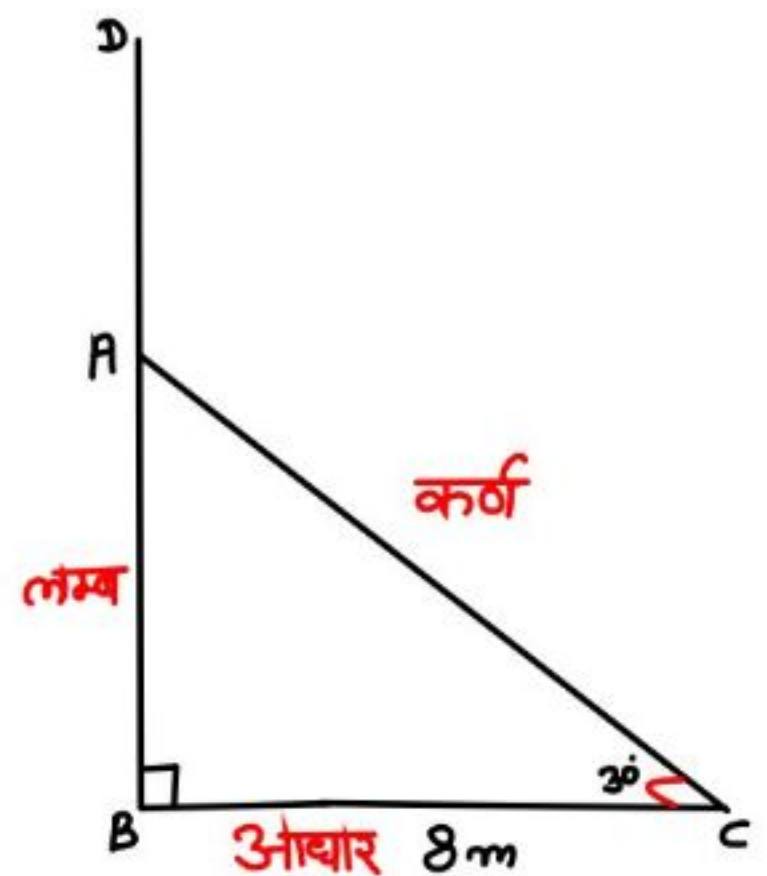
$$\Rightarrow \sqrt{3} AC = 2 \times 8$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} AC = 16$$

$$\Rightarrow AC = \frac{16}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow AC = \frac{16}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow AC = \frac{16}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$





$$\Rightarrow AC = \frac{16\sqrt{3}}{3} \text{ m}$$

$$\tan C = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{AB}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{8}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{8}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{8\sqrt{3}}{3} \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \text{पेड़ की ऊँचाई} &= AB + AD \\ &= AB + AC \\ &= \frac{8\sqrt{3}}{3} + \frac{16\sqrt{3}}{3} \\ &= \frac{8\sqrt{3} + 16\sqrt{3}}{3} \\ &= \frac{24\sqrt{3}}{3} \\ &= \boxed{8\sqrt{3} \text{ m}} \end{aligned}$$

**प्रश्न-3** एक ठेकेदार बच्चों को खेलने के लिए एक पार्क में दो फिसलन पट्टी लगाना चाहती है। पाँच वर्ष से कम उम्र के बच्चों के लिए वह एक ऐसी फिसलन पट्टी लगाना चाहती है जिसका शिखर 1.5 मीटर की ऊँचाई पर हो और भूमि के साथ 30 डिग्री के कोण पर झुका हुआ हो जबकि इससे अधिक उम्र के बच्चों के लिए वह 3 मीटर की ऊँचाई पर एक अधिक ढाल की फिसलन पट्टी लगाना चाहती है जो भूमि के साथ 60 डिग्री का कोण बनाती हो।

प्रत्येक स्थिति में फिसलन पट्टी की लम्बाई क्या होनी चाहिए?

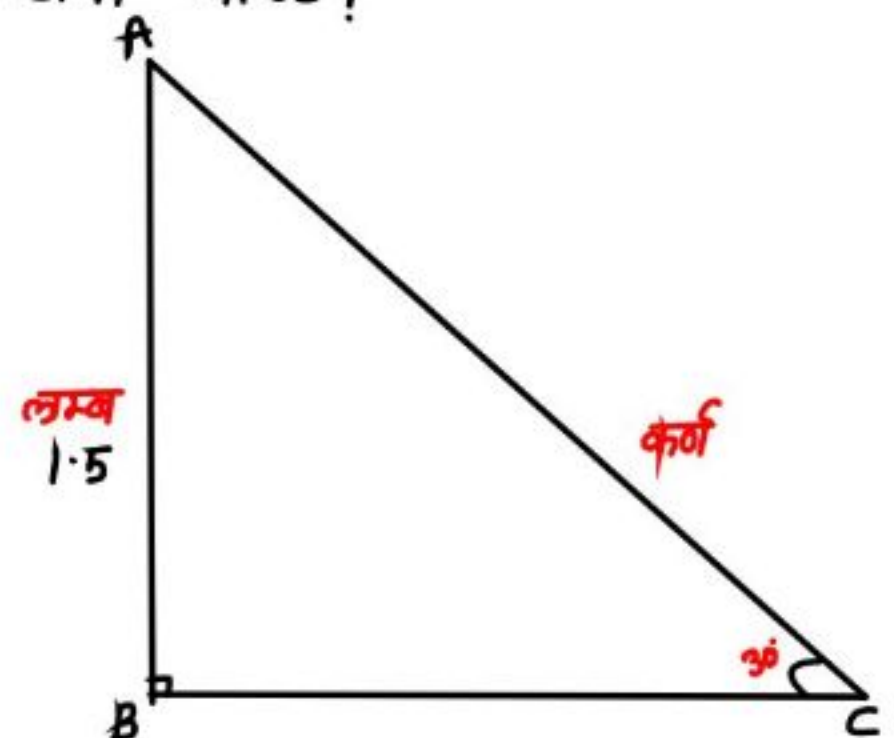
हल -

$\triangle ABC$  में,

$$\sin C = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}}$$

$$\Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{1.5}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1.5}{AC}$$





$$\Rightarrow AC = 1.5 \times 2$$

$$\Rightarrow \boxed{AC = 3 \text{ m}}$$

$\Delta PQR$  में,

$$\sin R = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}}$$

$$\Rightarrow \sin 60^\circ = \frac{3}{PR}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{PR}$$

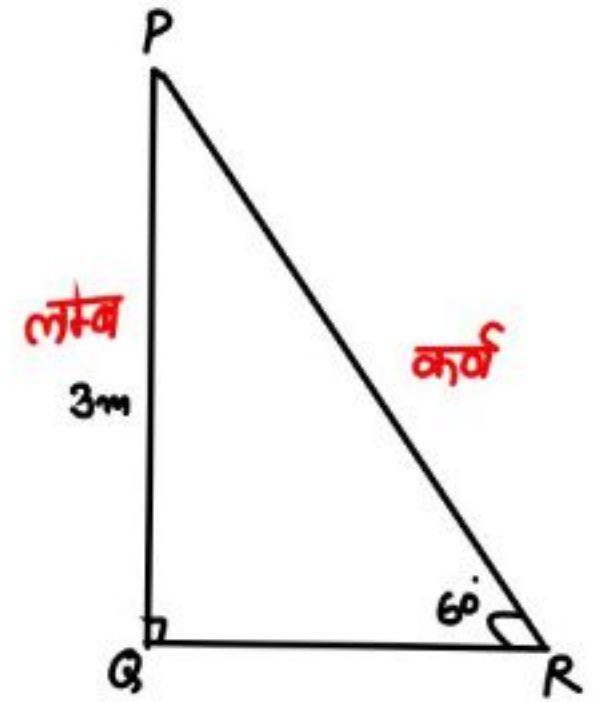
$$\Rightarrow \sqrt{3} PR = 6$$

$$\Rightarrow PR = \frac{6}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow PR = \frac{6}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{6\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow \boxed{PR = 2\sqrt{3} \text{ m}}$$



**प्रश्न-4** भूमि के एक बिन्दु से, जो मीनार के पाद-बिन्दु से 30m दूरी पर है, मीनार के शिखर के उन्नयन कोण  $30^\circ$  है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल:-

$$\tan A = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

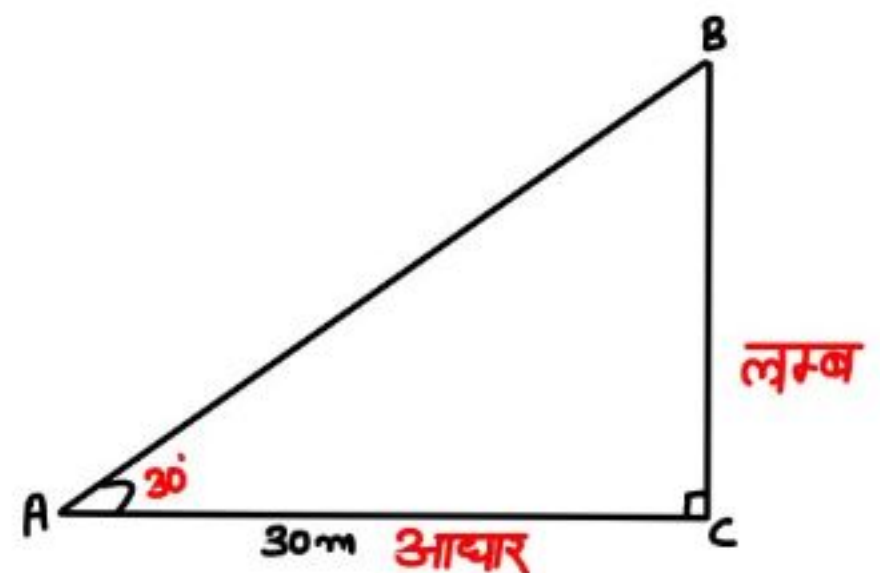
$$\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{BC}{30}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{BC}{30}$$

$$\Rightarrow \frac{30}{\sqrt{3}} = BC$$

$$\Rightarrow BC = \frac{30}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow BC = \frac{30}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$



$$\Rightarrow BC = \frac{30\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow BC = 10\sqrt{3} \text{ m}$$

**प्रश्न-5** भूमि से 60m की ऊँचाई पर एक पतंग उड़ रही है। पतंग में लगी डोरी को अस्थायी रूप से भूमि के एक बिन्दु से बाँध दिया गया है। भूमि के साथ डोरी का झुकाव  $60^\circ$  है। यह मानकर कि डोरी में कोई ढील नहीं है, डोरी की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

हल:-

$\Delta ABC$  में,

$$\sin A = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}}$$

$$\Rightarrow \sin 60^\circ = \frac{60}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{60}{AC}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} \times AC = 60 \times 2$$

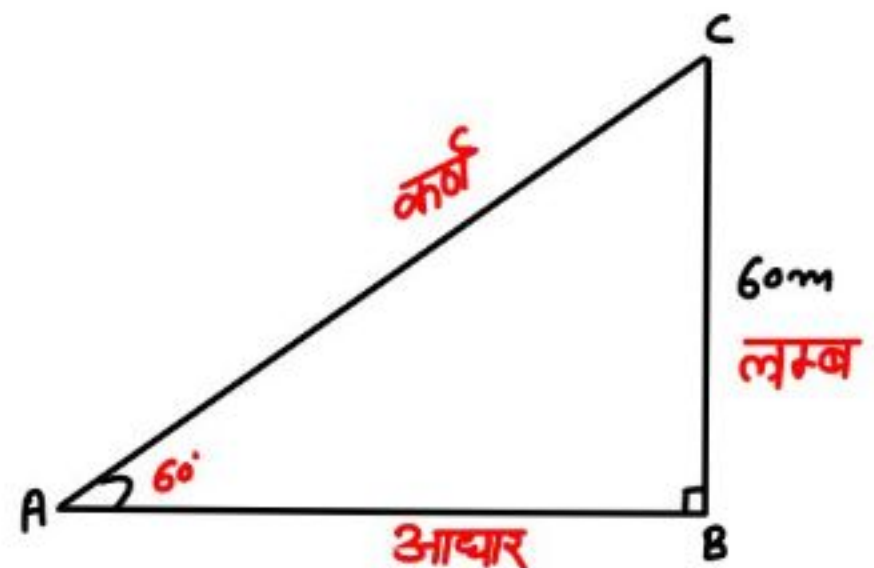
$$\Rightarrow \sqrt{3} \times AC = 120$$

$$\Rightarrow AC = \frac{120}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow AC = \frac{120}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow AC = \frac{120\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow AC = 40\sqrt{3} \text{ m}$$



**प्रश्न-6** 1.5 m लम्बा एक लड़का 30m ऊँचे एक भवन से कुछ दूरी पर खड़ा है। जब वह ऊँचे भवन की ओर जाता है तब उसकी आँख से भवन के शिखर का उन्नयन कोण  $30^\circ$  से  $60^\circ$  हो जाता है। बताइए कि वह भवन की ओर कितनी दूरी तक चलकर गया है?

हल:-

$$\Rightarrow PQ = 30$$

$$\Rightarrow PR + RQ = 30$$

$$\Rightarrow PR + 1.5 = 30$$

$$\Rightarrow PR = 30 - 1.5$$

$$\Rightarrow \boxed{PR = 28.5 \text{ m}}$$

$\Delta MRP$  में,

$$\tan M = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{28.5}{y}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{28.5}{y}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}y = 28.5$$

$$\Rightarrow y = \frac{28.5}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow y = \frac{28.5}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow y = \frac{28.5\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow \boxed{y = 9.5\sqrt{3} \text{ m}}$$

$\Delta ARP$  में,

$$\tan A = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

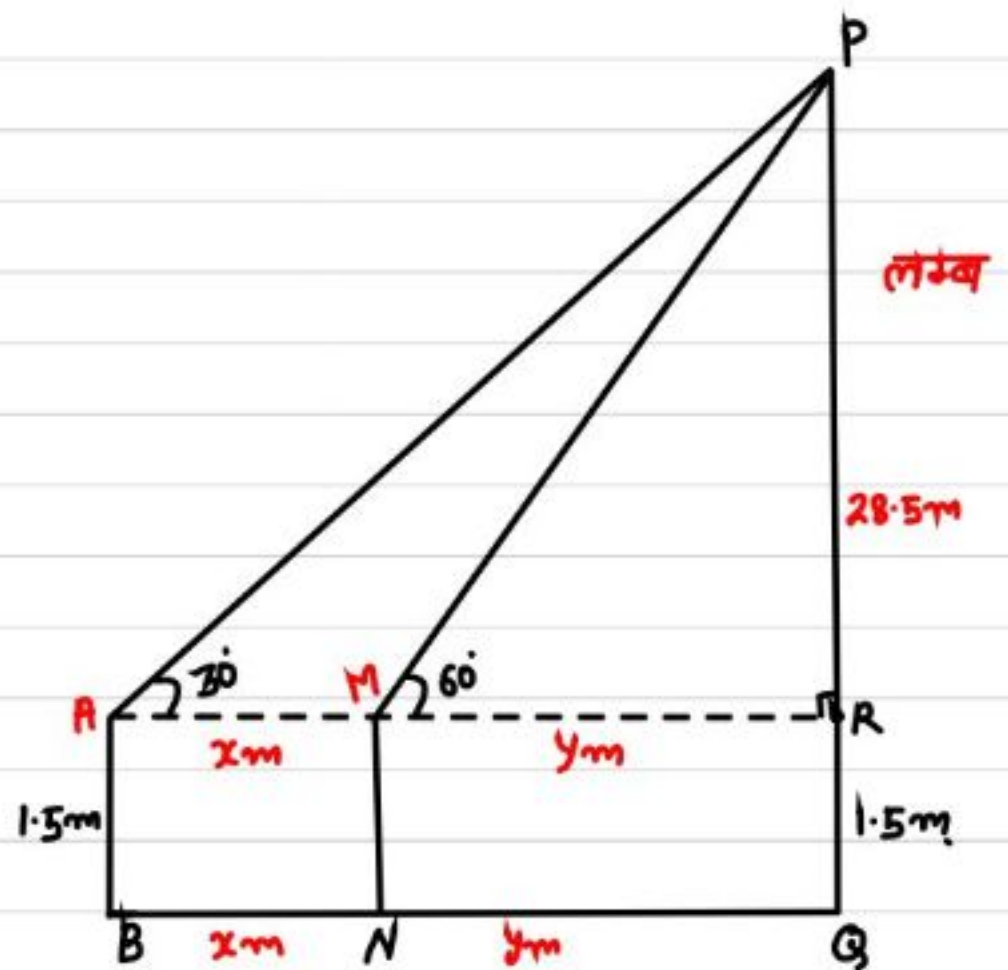
$$\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{28.5}{x+y}$$

$$\Rightarrow x+y = 28.5\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow x + 9.5\sqrt{3} = 28.5\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow x = 28.5\sqrt{3} - 9.5\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 19\sqrt{3} \text{ m}}$$





**प्रश्न-7** भूमि के एक बिन्दु से एक 20m ऊँचे भवन के शिखर पर लगी एक संचार मीनार के तल और शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः 45° और 60° हैं। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल:-

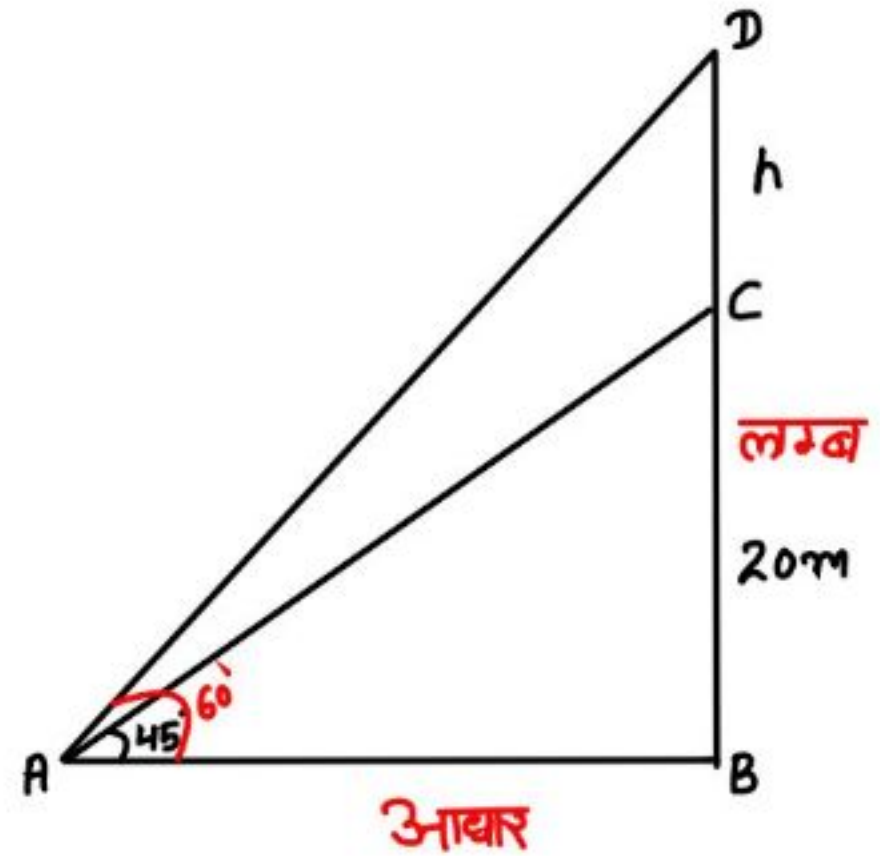
$\triangle ABC$  में,

$$\tan A = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\Rightarrow \tan 45^\circ = \frac{20}{AB}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{20}{AB}$$

$$\Rightarrow \boxed{AB = 20\text{m}}$$



$\triangle ABD$  में,

$$\tan A = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{BD}{AB}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{h+20}{20}$$

$$\Rightarrow 20\sqrt{3} = h+20$$

$$\Rightarrow 20\sqrt{3} - 20 = h$$

$$\Rightarrow \boxed{20(\sqrt{3} - 1)\text{m} = h}$$

**प्रश्न-8** एक पेडस्टल के शिखर पर एक 1.6m ऊँची मूर्ति लगी है। भूमि के एक बिन्दु से मूर्ति के शिखर का उन्नयन कोण 60° है और उसी बिन्दु से पेडस्टल के शिखर का उन्नयन कोण 45° है। पेडस्टल की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल:-

$\triangle ABC$  में,

$$\tan A = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\Rightarrow \tan 45^\circ = \frac{h}{AB}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{h}{AB}$$

$$\Rightarrow \boxed{AB = h \text{ met.}}$$

$\triangle ABD$  में,

$$\tan A = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{DB}{AB}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{1.6 + h}{h}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}h = 1.6 + h$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}h - h = 1.6$$

$$\Rightarrow (\sqrt{3} - 1)h = 1.6$$

$$\Rightarrow h = \frac{1.6}{\sqrt{3} - 1}$$

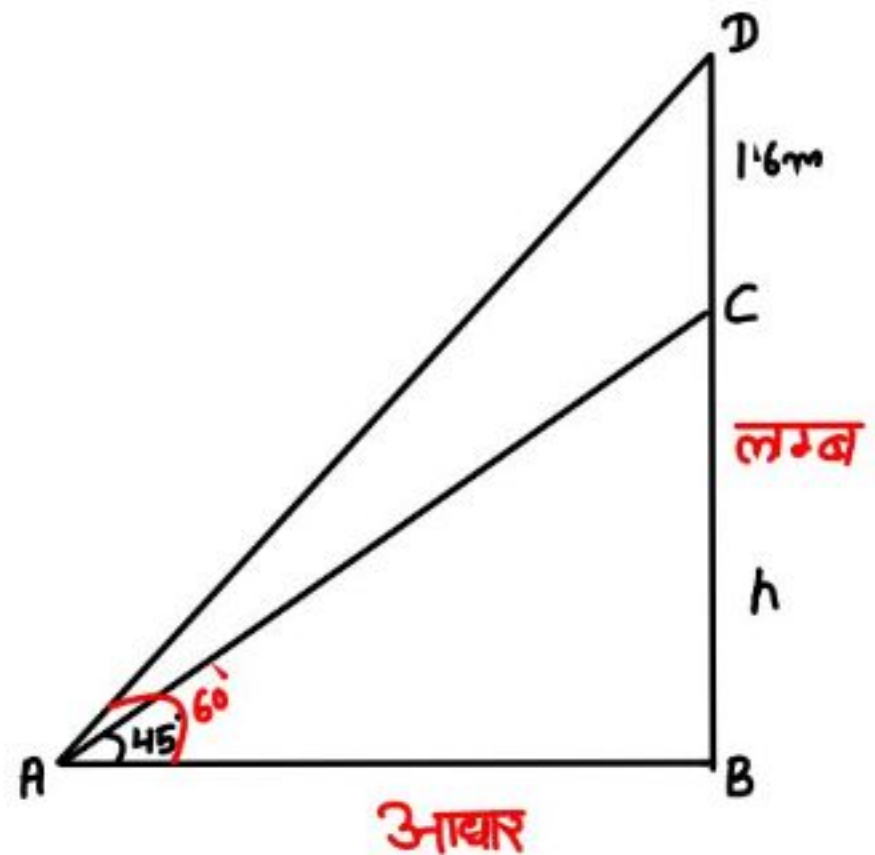
$$\Rightarrow h = \frac{1.6}{\sqrt{3} - 1} \times \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1}$$

$$\Rightarrow h = \frac{1.6(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3})^2 - (1)^2}$$

$$\Rightarrow h = \frac{1.6(\sqrt{3} + 1)}{3 - 1}$$

$$\Rightarrow h = \frac{1.6(\sqrt{3} + 1)}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{h = 0.8(\sqrt{3} + 1) \text{ m}}$$



**प्रश्न-9** एक मीनार के पाद बिन्दु से एक भवन के शिखर का उन्नयन कोण  $30^\circ$  है और भवन के पाद बिन्दु से मीनार के शिखर का उन्नयन कोण  $60^\circ$  है। यदि मीनार  $50\text{m}$  ऊँची हो, तो भवन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल:-  $\Delta PQB$  में,

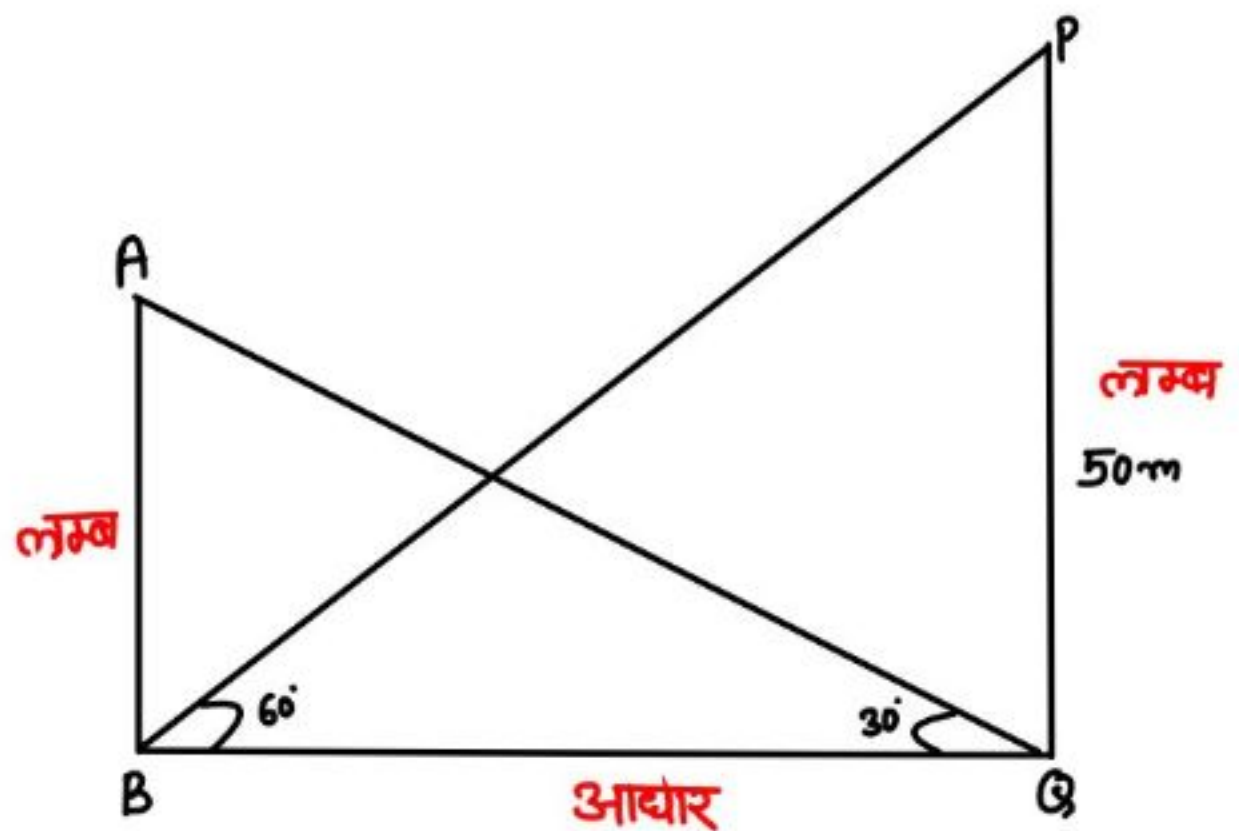
$$\tan B = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{50}{BQ}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{50}{BQ}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} BQ = 50$$

$$\Rightarrow BQ = \frac{50}{\sqrt{3}} \text{ m}$$



$\Delta ABQ$  में,

$$\tan Q = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{AB}{BQ}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{BQ}$$

$$\Rightarrow BQ = \sqrt{3} AB \quad - (1)$$

समीकरण (1) में BQ का मान रखने पर  $\rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{50}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} AB$$

$$\Rightarrow \frac{50}{\sqrt{3} \sqrt{3}} = AB$$

$$\Rightarrow \frac{50}{3} = AB$$

$$\Rightarrow AB = 16\frac{2}{3} \text{ m}$$

**प्रश्न-10** एक 80m चौड़ी सड़क के दोनों ओर आमने-सामने समान लम्बाई के दो खम्भे लगे हुए हैं। इन दोनों खम्भों के बीच सड़क के एक बिन्दु से खम्भों के शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः 60° और 30° हैं। खम्भों की ऊँचाई और खम्भों से बिन्दु की दूरी ज्ञात करो।

हल:- माना AB व PQ की लम्बाई h m है।



माना  $BM = x$  मी.

$$BQ = 80$$

$$\Rightarrow BM + MQ = 80$$

$$\Rightarrow x + MQ = 80$$

$$\Rightarrow MQ = (80 - x) \text{ मी.}$$

$\triangle ABM$  में,

$$\tan M = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{h}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = \sqrt{3}h} \quad - (1)$$

$\triangle PQM$  में,

$$\tan M = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{h}{80-x}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{h}{80-x}$$

$$\Rightarrow \boxed{\sqrt{3}(80-x) = h} \quad - (2)$$

समीकरण (2) से  $h$  का मान (1) में रखने पर  $\rightarrow$

$$\Rightarrow x = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}(80-x)$$

$$\Rightarrow x = 3(80-x)$$

$$\Rightarrow x = 240 - 3x$$

$$\Rightarrow 4x = 240$$

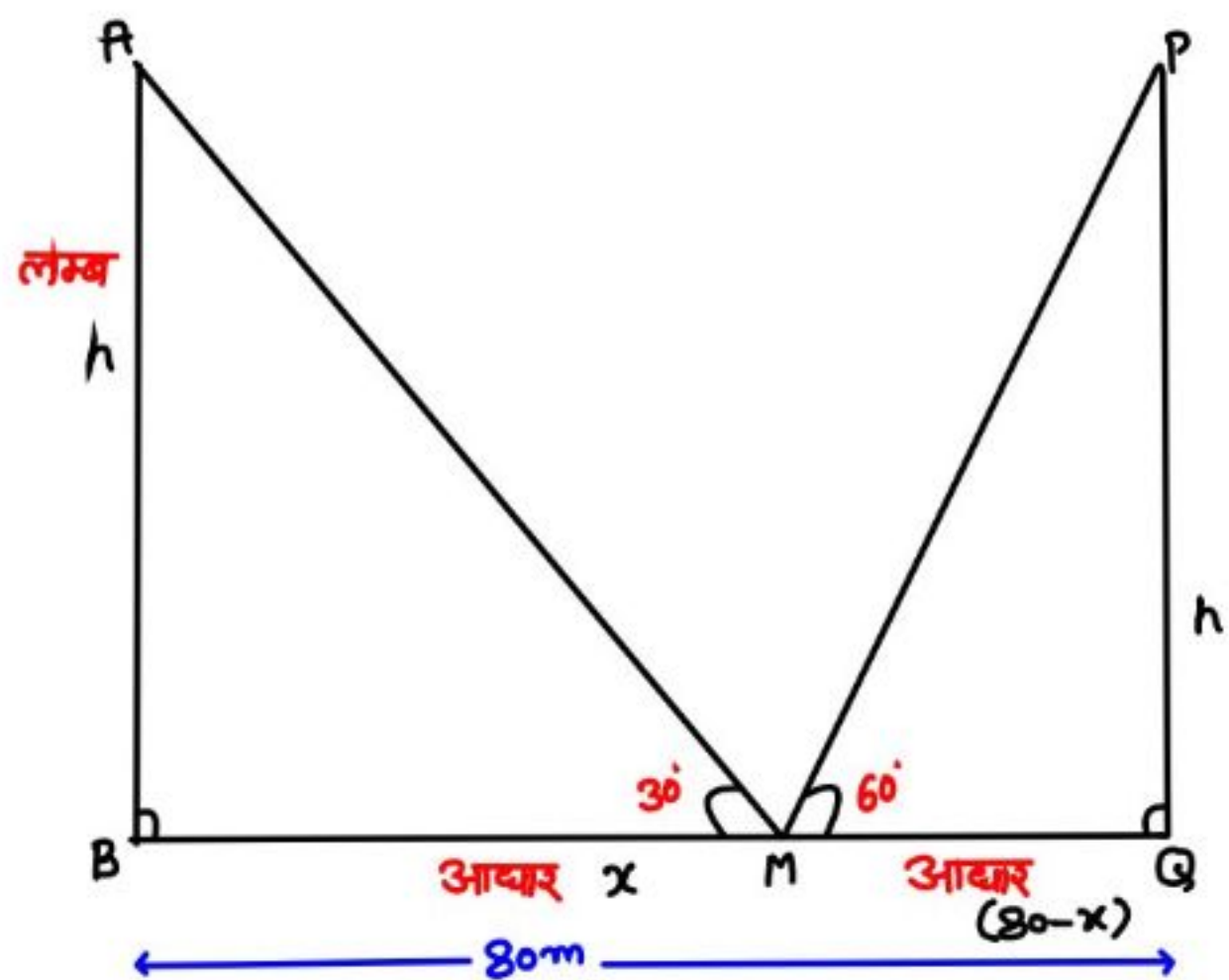
$$\Rightarrow x = \frac{240}{4}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 60 \text{ मी}}$$

$$\Rightarrow BM = 60 \text{ मी}$$

$$\Rightarrow MQ = 80 - x$$

$$\Rightarrow MQ = 80 - 60$$



$$\Rightarrow \boxed{MQ = 20 \text{ m}}$$

समीकरण ① से  $\rightarrow$

$$\Rightarrow x = \sqrt{3} h$$

$$\Rightarrow 60 = \sqrt{3} h$$

$$\Rightarrow h = \frac{60}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow h = \frac{60}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow h = \frac{60\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow \boxed{AB = PQ = 20\sqrt{3} \text{ m}}$$

**प्रश्न-॥** एक नहर के एक तट पर एक टीवी टावर ऊर्ध्वधर खड़ा है। टावर के ठीक सामने दूसरे तट के एक अन्य बिन्दु से टावर के शिखर का उन्नयन कोण 60 डिग्री है। इसी तट पर इस बिन्दु से 20 मीटर दूर और इस बिन्दु को मीनार के पाद से मिलाने वाली रेखा पर स्थित एक अन्य बिन्दु से टावर के शिखर से उन्नयन कोण 30 डिग्री है। टावर की ऊँचाई और नहर की चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

हल :-

$\Delta ABC$  में,

$$\tan C = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{h}{x}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{h}{x}$$

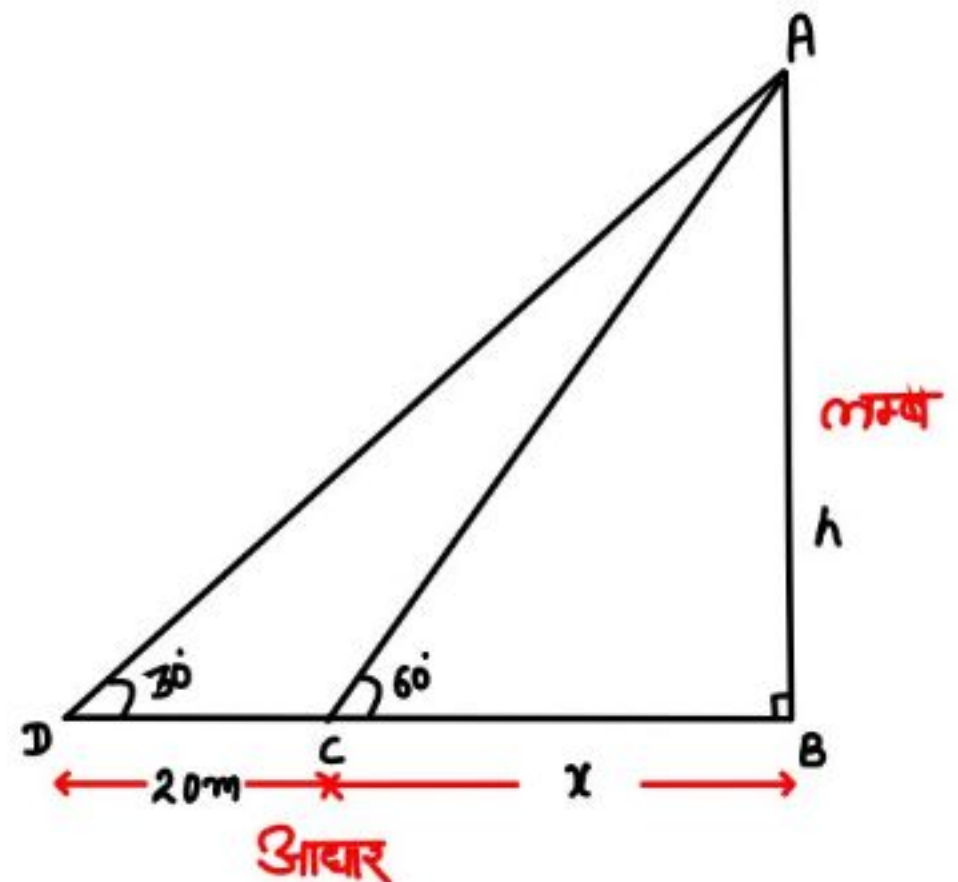
$$\Rightarrow \boxed{\sqrt{3} x = h} \text{ --- ①}$$

$\Delta ABD$  में,

$$\tan D = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{h}{20+x}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{20+x}$$



$$\Rightarrow 20 + x = \sqrt{3}(\sqrt{3}x) \quad [\text{समीकरण ① से}]$$

$$\Rightarrow 20 + x = 3x$$

$$\Rightarrow 20 = 3x - x$$

$$\Rightarrow 20 = 2x$$

$$\Rightarrow x = \frac{20}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 10 \text{ m}} \quad (\text{नहर की चौड़ाई})$$

$$\text{समी. ① से } \Rightarrow \text{ टावर की ऊँचाई } h = \sqrt{3}(10) = \boxed{10\sqrt{3} \text{ m}}$$

**प्रश्न-12** 7m ऊँचे भवन के शिखर से एक केवल टावर के शिखर का उन्नयन कोण  $60^\circ$  है और इसके पाद का अवनमन कोण  $45^\circ$  है। टावर की ऊँचाई ज्ञात करो।

हल:-

माना  $PM = x \text{ m.}$

एवं  $AM = BQ = y \text{ m.}$

$\Delta ABQ$  में,

$$\tan Q = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\Rightarrow \tan 45^\circ = \frac{7}{y}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{7}{y}$$

$$\Rightarrow \boxed{y = 7 \text{ m}}$$

$\Delta AMP$  में,

$$\tan A = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

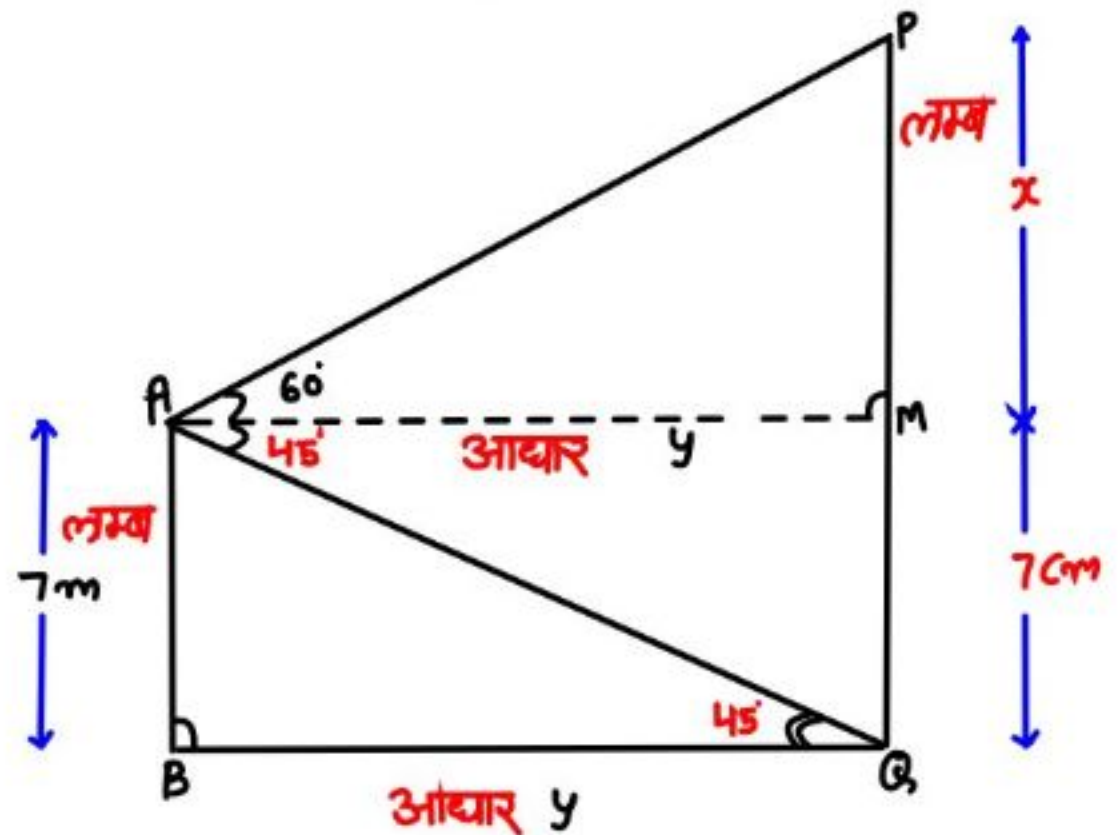
$$\Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{x}{y}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{x}{y}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{3}y$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 7\sqrt{3} \text{ m.}}$$

टावर की ऊँचाई =  $PQ$





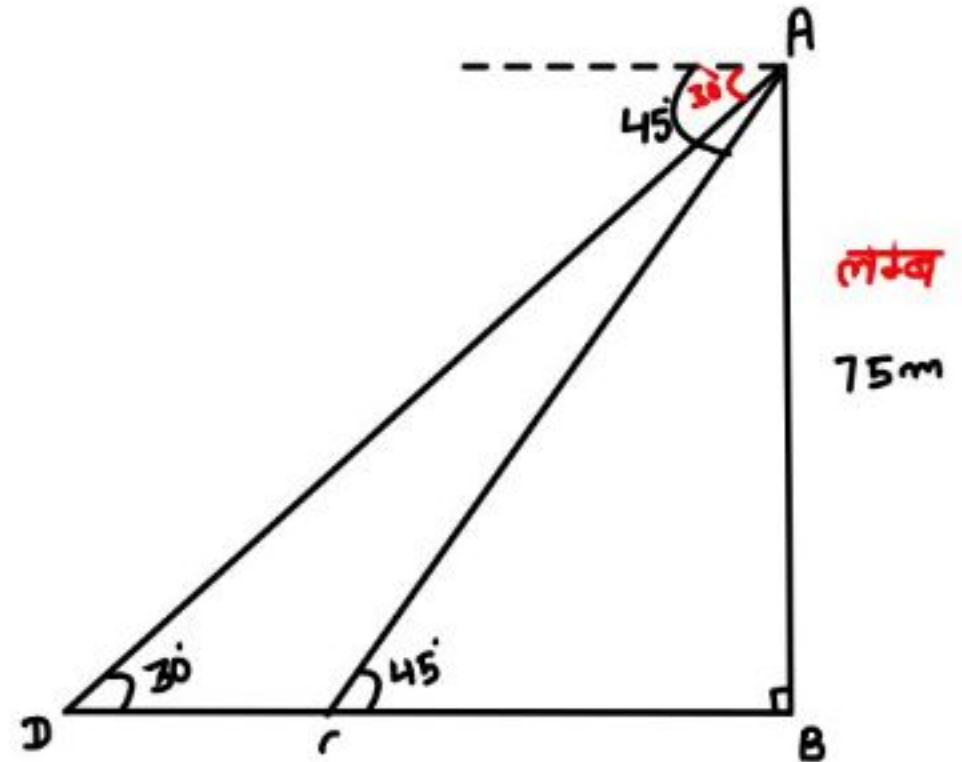
$$\begin{aligned}
 &= PM + MQ \\
 &= 7\sqrt{3} + 7 \\
 &= \boxed{7(\sqrt{3}+1)\text{m}}
 \end{aligned}$$

**प्रश्न-13** समुद्र-तल से 75m ऊँची लाइट हाउस के शिखर से देखने पर दो समुद्री जहाजों के अवनमन कोण  $30^\circ$  और  $45^\circ$  हैं। यदि लाइट हाउस के एक ही ओर एक जहाज दूसरे जहाज के ठीक पीछे हो तो दो जहाजों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

हल :-

$\Delta ABD$  में,

$$\begin{aligned}
 \tan \theta &= \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} \\
 \Rightarrow \tan 45^\circ &= \frac{75}{DB} \\
 \Rightarrow 1 &= \frac{75}{DB} \\
 \Rightarrow \boxed{DB = 75\text{m}}
 \end{aligned}$$



$\Delta ABC$  में,

$$\begin{aligned}
 \tan \theta &= \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} \\
 \Rightarrow \tan 30^\circ &= \frac{75}{CB} \\
 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} &= \frac{75}{CD+DB} \\
 \Rightarrow CD+DB &= 75\sqrt{3} \\
 \Rightarrow CD+75 &= 75\sqrt{3} \\
 \Rightarrow CD &= 75\sqrt{3}-75 \\
 \Rightarrow \boxed{CD = 75(\sqrt{3}-1)\text{met.}}
 \end{aligned}$$

**प्रश्न-14** 12 मीटर लम्बी एक लड़की भूमि से 88.2 मीटर की ऊँचाई पर एक क्षैतिज रेखा में हवा में उड़ रहे गुब्बारे को देखती है। किसी क्षण लड़की की आँख से गुब्बारे का उन्नयन कोण  $60^\circ$  डिग्री है। कुछ समय बाद उन्नयन कोण घटकर  $30^\circ$  डिग्री हो जाता है। इस अन्तराल के दौरान गुब्बारे द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात कीजिए।

हल :-

गुब्बारे द्वारा तय गई दूरी =  $MN$

$\Delta AMP$  में,

$$\tan A = \frac{\text{लम्बा}}{\text{आधार}}$$

$$\Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{87}{AM}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{87}{AM}$$

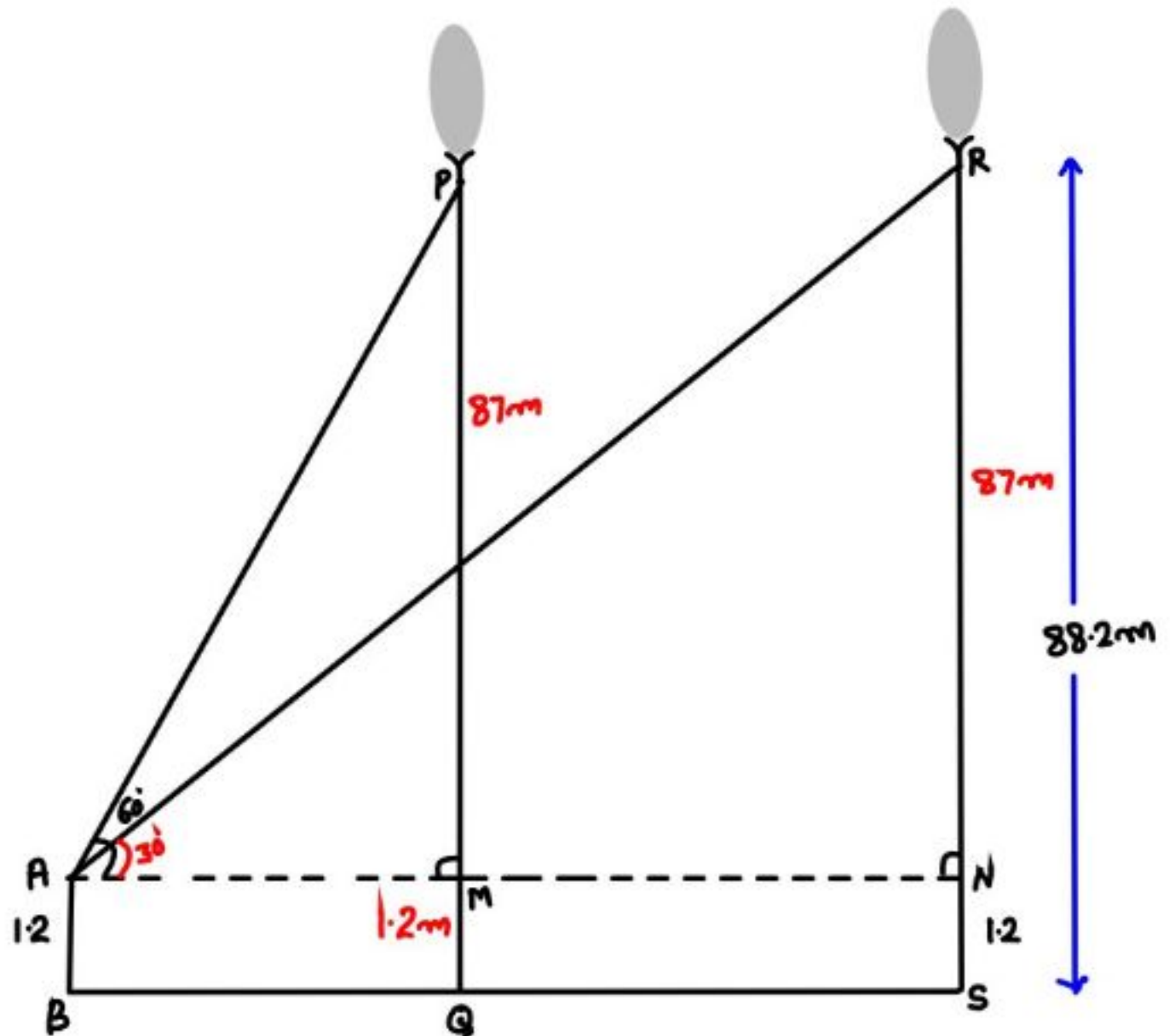
$$\Rightarrow \sqrt{3} AM = 87$$

$$\Rightarrow AM = \frac{87}{\sqrt{3}} \text{ m}$$

$$\Rightarrow AM = \frac{87}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{87\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow AM = 29\sqrt{3} \text{ m}$$



$\Delta ANR$  में,

$$\tan A = \frac{\text{लम्बा}}{\text{आधार}}$$

$$\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{87}{AN}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{87}{AM + MN}$$

$$\Rightarrow AM + MN = 87\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow 29\sqrt{3} + MN = 87\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow MN = 87\sqrt{3} - 29\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow MN = 58\sqrt{3} \text{ m}$$

**प्रश्न-15** एक सीधा राजमार्ग एक मीनार के पाद तक जाता है। मीनार के शिखर पर खड़ा एक आदमी एक कार को  $30^\circ$  के अवनमन कोण पर देखता है जो कि मीनार के पाद की ओर एक समान चाल से जाती है। 6 सेकण्ड बाद कार का अवनमन कोण  $60^\circ$  हो गया। इस बिन्दु से मीनार के पाद तक पहुँचने में कार द्वारा लिया गया समय ज्ञात कीजिए।

हल :- माना मीनार की ऊँचाई =  $h$  m.  
माना कार की चाल  $x$  मी/सेकण्ड है

$$\text{दूरी} = \text{चाल} \times \text{समय}$$

$$\Rightarrow DC = x \times 6$$

$$\Rightarrow \boxed{DC = 6x \text{ m.}}$$

$$\text{माना } CB = y \text{ m.}$$

$\triangle ABC$  में,

$$\tan C = \frac{\text{लम्बा}}{\text{आधार}}$$

$$\Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{h}{y}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{h}{y}$$

$$\Rightarrow \boxed{h = \sqrt{3}y} \quad \text{--- (1)}$$

$\triangle ABD$  में,

$$\tan D = \frac{\text{लम्बा}}{\text{आधार}}$$

$$\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{h}{DB}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{6x+y}$$

$$\Rightarrow 6x+y = \sqrt{3}h$$

$$\Rightarrow 6x+y = \sqrt{3}(\sqrt{3}y) \quad [\text{समीकरण (1) से}]$$

$$\Rightarrow 6x+y = 3y$$

$$\Rightarrow 6x = 3y - y$$

$$\Rightarrow 6x = 2y$$

$$\Rightarrow y = \frac{6x}{2}$$

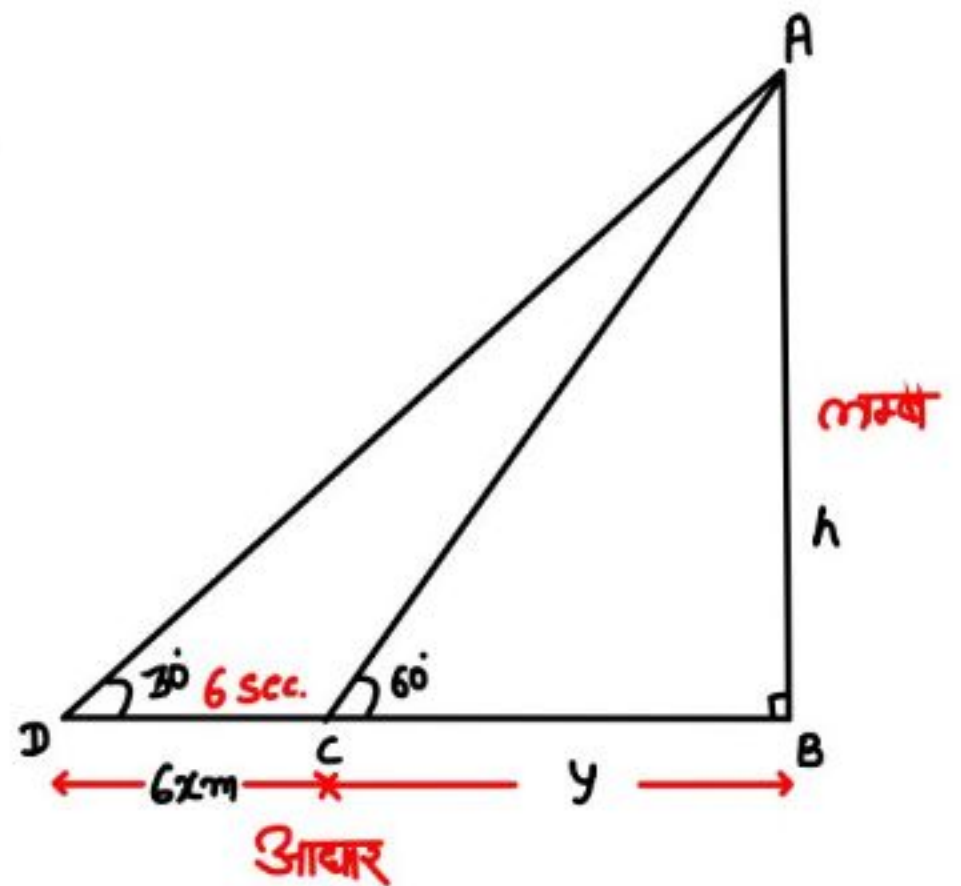
$$\Rightarrow \boxed{y = 3x \text{ m.}}$$

$$\text{समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$$

$$= \frac{y}{x}$$

$$= \frac{3x}{x}$$

$$\boxed{\text{समय} = 3 \text{ sec.}}$$





**प्रश्न-16** मीनार के आधार से और एक सरल रेखा में  $4\text{m}$  और  $9\text{m}$  की दूरी पर स्थित दो बिन्दुओं से मीनार के शिखर के उन्नयन कोण पूरक कोण हैं। सिद्ध कीजिए की ऊँचाई  $6\text{m}$  है।

हल :-

माना मीनार की ऊँचाई  $h\text{m}$  है।  
 $\angle C$  व  $\angle D$  पूरक कोण हैं।

माना  $\angle D = \theta$

एवं  $\angle C + \angle D = 90$

$\angle C + \theta = 90$

$\angle C = 90 - \theta$

$\triangle ABC$  में,

$$\tan C = \frac{\text{लम्बा}}{\text{आधार}}$$

$$\Rightarrow \tan(90 - \theta) = \frac{h}{4}$$

$$\Rightarrow \cot \theta = \frac{h}{4} \quad \text{--- (1)}$$

$\triangle ABD$  में,

$$\tan D = \frac{\text{लम्बा}}{\text{आधार}}$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{h}{9} \quad \text{--- (2)}$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}$$

$$\Rightarrow \tan \theta \cdot \cot \theta = 1$$

$$\Rightarrow \frac{h}{9} \times \frac{4}{h} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{h^2}{36} = 1$$

$$\Rightarrow h^2 = 36$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{36}$$

$$\Rightarrow h = 6\text{m.}$$

